

IIR-Filter

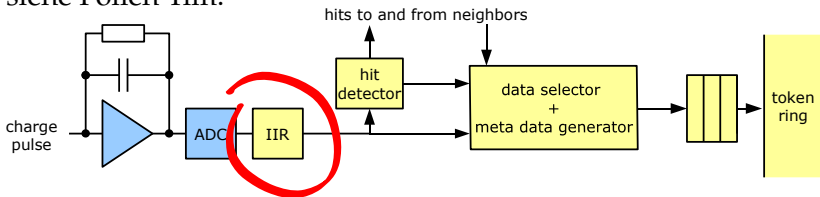
Michael Krieger

6. Dezember 2010

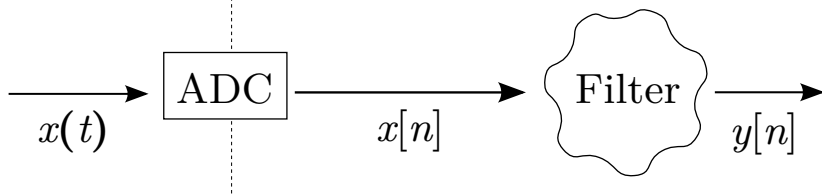
Einsatz im Spadic-Digitalteil:

- ▶ Baseline-Korrektur
- ▶ Ion Tail Cancellation

siehe Folien Tim:



analog digital



idealerweise: LTI-System $y[n] = T\{x[n]\}$

- ▶ linear: $T\{ax_1[n] + bx_2[n]\} = aT\{x_1[n]\} + bT\{x_2[n]\}$
- ▶ zeitinvariant: $T\{x[n - k]\} = y[n - k]$

dann: Impulsantwort $h[n] = T\{\delta[n]\}$ charakterisiert T

$$\begin{aligned} y[n] &= T\{x[n]\} = T\left\{\sum_k x[k]\delta[n - k]\right\} \\ &= \sum_k x[k]T\{\delta[n - k]\} = \sum_k x[k]h[n - k] = (x * h)[n] \end{aligned}$$

z-Transformation:

$$\mathcal{Z}\{x\}(z) = \sum_n x[n]z^{-n} = X(z) \quad (z = re^{i\omega} \in \mathbb{C})$$

wichtiges Transformationspaar: Verzögerung

$$x[n] = \delta[n - k] \quad \longleftrightarrow \quad X(z) = z^{-k}$$

Anwendung auf Impulsantwort: Systemfunktion $H(z)$

$$Y(z) = \mathcal{Z}\{y\}(z) = \mathcal{Z}\{h * x\}(z) = H(z) \cdot X(z)$$

$$Y(z) = \mathcal{Z}\{y\}(z) = \mathcal{Z}\{h * x\}(z) = H(z) \cdot X(z)$$

rationale Systemfunktion:

$$H(z) = \frac{\sum_k b_k z^{-k}}{\sum_k a_k z^{-k}}$$

$$\Rightarrow Y(z) \cdot \sum_k a_k z^{-k} = X(z) \cdot \sum_k b_k z^{-k}$$

$$\Rightarrow \sum_k a_k y[n-k] = \sum_k b_k x[n-k]$$

$$\Rightarrow y[n] = \sum_k b_k x[n-k] - \sum_{k \neq 0} a_k y[n-k]$$

$$y[n] = \sum_k b_k x[n - k] - \sum_{k \neq 0} a_k y[n - k]$$

Abbildung in Hardware:

- ▶ Multiplizierer (a_k, b_k)
- ▶ Addierer (\sum_k)
- ▶ Register ($x[n - k], y[n - k]$)

zu klärende Fragen:

- ▶ welche Ordnung ($\sum_{k=0}^?$)
- ▶ welche Genauigkeit (Bits) notwendig?
- ▶ welche Topologie? (nicht eindeutig)

→ Simulation

Modell von Filterelementen in Software:

- ▶ Multiplizierer: $x \mapsto y \approx \frac{a}{2^b} \cdot x$
- ▶ Addierer: $(x_1, x_2) \mapsto y \approx x_1 + x_2$
- ▶ Register $* \mapsto x_{n-1}$

bei B Bits: $y \in \{-2^{B-1}, \dots, 2^{B-1} - 1\}$

Aufbau der Simulation:

- ▶ erzeuge gegebene Menge von Bauteilen
- ▶ verbinde Eingänge und Ausgänge (\rightarrow Graph)
- ▶ rekursive Abfrage des Ausgangswerts
- ▶ Filter-Graph kann aus Textdatei gelesen werden